

歯車の 3 次元 C A D

3D-CAD of Gears

いわき明星大学

嵯峨拓人、渡邊昌明、高三徳、桜井俊明、五十嵐三武郎

Abstract: gears with involute teeth are commonly used in mechanical equipment to transmit rotation and torque continuously and smoothly. Standard gears are generally designed with a drawing attached a parametric list, and manufactured by gear cutting machines. However, design and manufacturing for many special shaped gears used in robots, computers and other equipment are difficult and expensive by current methods, so that it is necessary to use 3D-CAD (three-dimensional computer aided design). This paper deals with 3D-CAD for gears, which consists of (1) theoretical basis and CAD of the involute curve, (2) creation of 3D gear models, fillet and chamfer, (3) parametric feature-based solid modeling and smart object library for gear CAD.

Key words: Gear, Involute tooth, 3D-CAD

1. 緒言

歯車は伝達部品として機械や電気製品に多く使用されている。従来、標準歯車は 2 次元の設計図面に表示され、ホブ盤などの専用歯切盤で加工される。しかし、最近、ロボットやコンピュータとその周辺機械には、特殊または少量多種の複雑な歯車と歯つき部品の応用が多くなっている。一方、標準歯車の曲げ強さおよび歯面強さは理論式や 2 次元 FEM (有限要素法) 解析により計算することができるが、空間的な面取り、フィレット、穴、溝などの局部形状を有する複雑な歯車に対しては、3 次元 FEM 解析が必要である。また、歯形が複雑なので、3 次元 CAD/CAM の一貫化 (統合化) いわゆる自動 NC (数値制御) プログラミングも要求される。

本論文では、歯形の理論基礎および歯形曲線の CAD、歯車の 3 次元ソリッドモデリング、空間的なフィレットや面取りの作業、パラメトリック・フィーチャベースソリッドモデリング、スマートオブジェクトライブラリ作成

などの原理、手法および実践を述べる。

2. 歯形の理論基礎

歯車は運動とトルクを連続でスムーズに伝達するために、歯形が特定の形状になってい

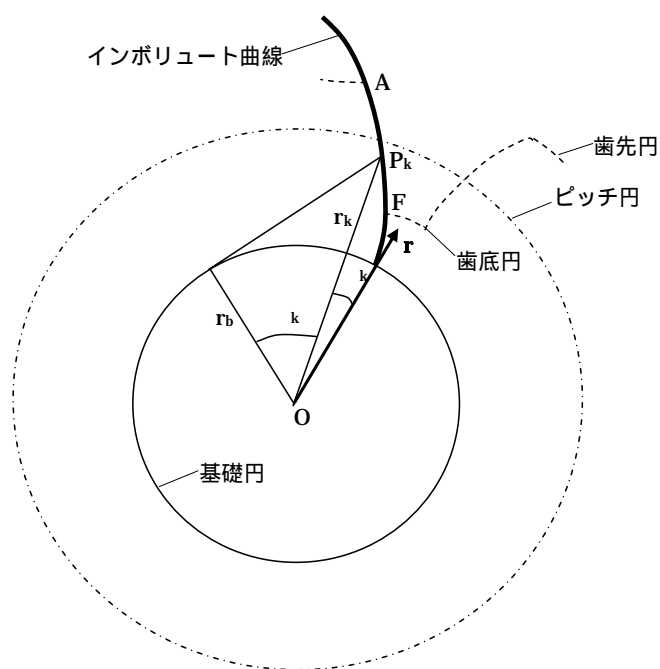


Fig.1 Definition of involute curve

る。代表的な歯形は、インボリュート曲線とサイクロイド曲線である⁽¹⁾。インボリュート歯車には、歯元の曲げ強さが大きく、芯だしが容易であり、転位や歯形修正を行なうことができるなどの利点があるため、動力伝達用歯車は、ほとんどインボリュート歯形である。ここでは、インボリュート歯車について記述する。

インボリュート曲線は、Fig.1 に示すように、1つの円に巻き付けた糸をゆるまないように引張りながら巻き戻すとき、糸上の一点が描く軌跡である。糸を巻き付けてある半径 r_b の円を基礎円という。インボリュート曲線の一部を歯形曲線として用いたものがインボリュート歯車である。

中心 O を原点とする極座標系におけるインボリュート曲線上任意の一点 P_k の座標は次の式で表される。

$$r_k = r_b / \cos(\alpha_k) \quad (1)$$

$$\theta_k = \tan(\alpha_k) - \alpha_k \quad (2)$$

モジュール m 、歯数 z 、基準ピッチ円上圧力角 α 、転位係数 x の歯車に関しては、基準ピッチ円半径 r 、基礎円半径 r_b 、歯底円半径 r_f 、歯先円半径 r_a はそれぞれ次の式となる。

$$r = mz / 2 \quad (3)$$

$$r_b = mz \cdot \cos(\alpha) / 2 \quad (4)$$

$$r_f = (z + 2x - 2.5) \cdot m / 2 \quad (5)$$

$$r_a = (z + 2x + 2) \cdot m / 2 \quad (6)$$

歯底円上の F 点では、 $r_k=r_f$ を式 (1) に代入すると、圧力角 α_f は次のように求まる。

$$\alpha_f = \pm \cos^{-1}(r_b / r_f) \\ = \pm \cos^{-1}\{z \cos(\alpha) / (z + 2x - 2.5)\} \quad (7)$$

記号 \pm は極軸 r に対称な 2 本のインボリュート曲線のことを示す。

同様に、歯先円上の A 点 ($r_k=r_a$) での圧力

角 α_a は次式になる。

$$\alpha_a = \pm \cos^{-1}(r_b / r_a) \\ = \pm \cos^{-1}\{z \cos(\alpha) / (z + 2x + 2)\} \quad (8)$$

α_f から α_a 範囲内のインボリュート曲線を歯形とする。極軸 r を $(360/z)$ 度ごとに回転させると、 z 個の歯の形状が得られる。

また、直交座標系におけるインボリュート曲線の方程式は次のようになる。

$$x_k = r_k \cdot \cos(\theta_k) \quad (9)$$

$$y_k = r_k \cdot \sin(\theta_k) \quad (10)$$

3. 歯車の CAD

3.1 歯形曲線の CAD

前述のように、 α_f の値を小さい増量で α_a から α_a まで変化させ、たとえば、次のようにその変化範囲を均一に N 分割すれば、

$$\alpha_k = \alpha_f + k \cdot (\alpha_a - \alpha_f) / N \\ k = 0, 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

式 (9) と (10) により、 $(N + 1)$ 個の点 P_k ($k=0, 1, 2, \dots, N$) が得られる。これらの点を次々に結んだ形状を近似的にインボリュート曲線とし、CAD 画面上で描画できる。Fig.2 に示すように、 $P_k P_{k+1}$ 線分で点を結ぶ方法は一番簡単であるが、三つの点 P_k 、 P_{k+1} 、 P_{k+2} を通る円の $P_k P_{k+1}$ 円弧での補間を用いると、近似精度 (トレランス) および滑らか

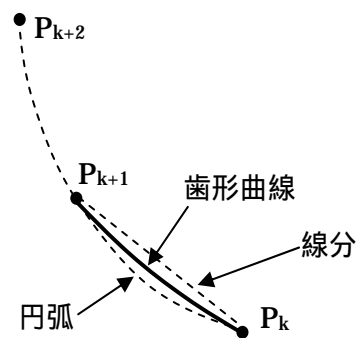


Fig.2 Approximate treat for involute curve

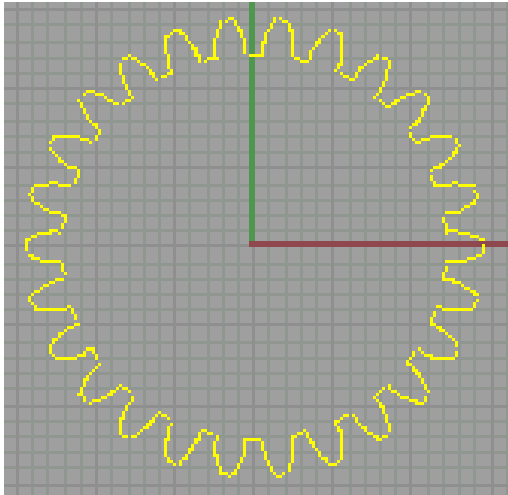
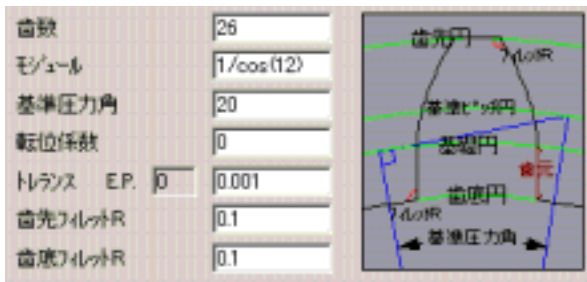


Fig.3 CAD of involute gear

さが向上される。

歯形曲線作成ソフトとしては、KHK 歯車計算ソフト⁽²⁾、RF Plug-ins 平歯車作成ツール⁽³⁾などがある。Fig.3 に示すように、歯数、モジュールとねじれ角、基準ピッチ円上圧力、転位係数、トレランスなどのパラメータを入力すると、インボリュート歯形曲線は画面に描画され、そのデータを DXF または IGES フォーマット⁽⁴⁾でアウトプットし、他の CAD ソフトへ転送することができる。

3.2 歯車の3次元ソリッドモデリング

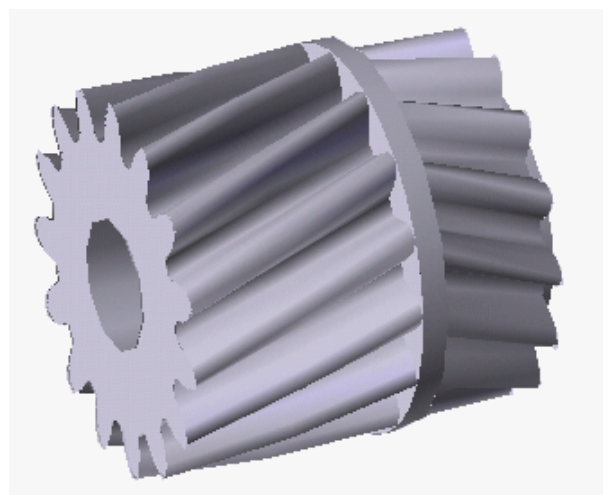
歯車の3次元モデリングは米国 Think3 Inc.⁽⁵⁾の「thinkdesign」を用いて行なった。「thinkdesign」は強力なモデリング機能を持つソリッド/サーフェス混在型3次元CADソフトであるが、インボリュート曲線の定義機能がないので、他のソフトで出力した歯形曲線のデータのDXFまたはIGESファイルの読



(a) 平歯車



(b) 傘歯車



(c) はすば歯車

Fig.4 Examples of 3D gear modeling

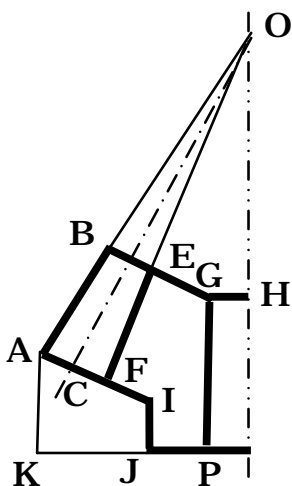


Fig.5 Cone gear

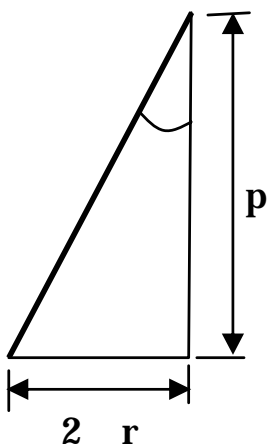


Fig.6 Relationship among pitch, perimeter and helical angle

み込みが必要である。読み込んだインボリュート歯形曲線で囲んだ平面領域を垂直に一定の高さ(歯車の厚さ)に持ち上げると、Fig.4(a)に示す平歯車のソリッドモデルが得られる。歯以外の部分の形状(円板、穴)はソリッドの集合演算機能によって取り扱う。

Fig.4(b)に示す傘歯車の作成手順は、(1)歯形作成ソフトで外端(大端)の一つの歯形を作成する。(2)歯形のデータを「thinkdesign」に読み込み、その形状をFig.5に示すOCに垂直な面へ回転し、歯形曲線の中心線とピッチ円の交点をC点に合わせる。

(3)「thinkdesign」の“輪郭線を頂点へ直線方向押し出し”機能を用いて、歯形曲線をC点からO点まで押し出し、歯型面を作成する。(4)押し出面の境界を閉じてソリッドモデルに変換する。(5)OHを軸として輪郭線OBEGHおよび輪郭線ACFIJKの回転ソリッドを作成する。(6)押し出しソリッドと二つの回転ソリッドの集合引算を行う。集合演算の結果はAからBまでの歯となる。この結果をOH軸に回転コピーすると、すべての歯のソリッドモデルが得られる。これらのソリッドと輪郭線EGPJIFの回転ソリッドの集合足算の結果は歯車のソリッドモデルとなる。

Fig.4(c)に示すようなはずば歯車の場合、「thinkdesign」が面を螺旋方向に持ち上げ機能が無効なので、まず、インボリュート歯形曲線を螺旋方向に持ち上げ、螺旋面(歯車側面)を作成する。入力パラメータの一つである螺旋ピッチpは、Fig.6に示すように次式で算出する。

$$p = \frac{2\pi r}{\tan(\beta)} = \frac{2\pi \cdot mz / \cos(\beta) / 2}{\tan(\beta)} = \frac{\pi mz}{\sin(\beta)} \quad (12)$$

ここで、mは歯直角モジュール(m/cos()は軸直角モジュール)は歯のねじれ角である。そして、螺旋面とその両端の境界で囲んだ平面領域で閉じたサーフェスをソリッドモデルに変換すれば、はずば歯車のソリッドモデルが得られる。

3.3 フィレットと面取り

「thinkdesign」にはソリッドの稜線または境界面に沿ってフィレットおよび面取りの機能があるが、Fig.7に示す歯車端部特定の面取りは、次の作業で作成する。まず、歯の横断面の中心線に対称な半分領域に対して、(1)平面F₁と歯面との交線、平面F₂とF₁の交線、F₂と歯面との交線を求める。(2)3本の交線

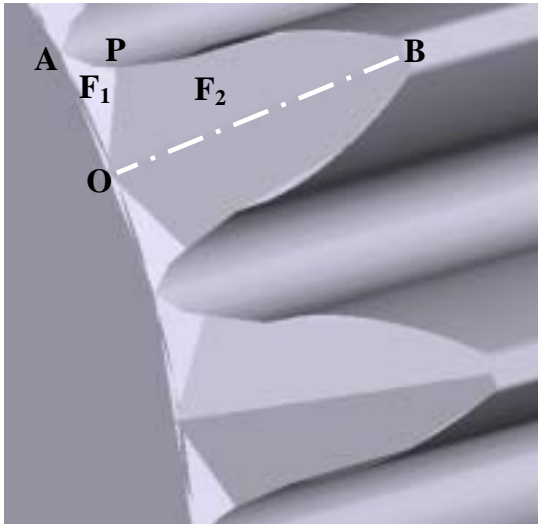


Fig.7 A gear with chamfers

の交点Pを導く。(3)交点Pにより3本の交線をトリムしてAP、OP、BPの部分を残し、平面領域OPAとOPBを定義する。(4)歯の対称面に対して、平面領域OPAとOPBの反転コピー(ミラー)面を作成する。(5)4つの平面領域により歯のソリッドをトリムする。

3.4 パラメトリック・フィーチャベースソリッドモデリングとスマートオブジェクトライブラリ

インポリュート曲線作成ソフトに既にパラメトリック方法が導入されている。モジュール、歯数、基準ピッチ円上圧力、転位係数などのパラメータを変数として定義し、これらの変数を数式で相互に関連付けることで、パラメータが変更された場合に、形状が自動的に変化する。

「thinkdesign」には、パラメトリック・フィーチャベースソリッドモデリングとスマートオブジェクトライブラリの機能がある。モ

デルのさまざまなパラメトリック寸法を相互に関連付けて、1つの基本モデルから異なるトポロジーやジオメトリの作成に自動的に適用することが可能である。この方法は一般形状のソリッドモデリングに応用されているが、歯車に適用されていない。歯数、モジュール、ねじれ角、圧力角、転位係数、厚さ、トレランスなどのパラメータを関連付けることができれば、様々な歯車を容易に作成することが出来るようになる。

4. 結言

歯形の理論基礎に基づいて歯車の3次元CADの原理をまとめ、汎用ソフトでの実践を試みた。3次元CADは特殊または少量多種の複雑な歯車および歯つき部品の設計と製造に有効な手法である。今後の課題としては、歯車の3次元パラメトリック・フィーチャベースソリッドモデルの構築、スマートオブジェクトライブラリの充実などがある。

参考文献

- [1] 津村利光、大西清、機械設計製図便覧、理工学社(2001)。
- [2] KHK 歯車計算ソフト GCSW for Windows Ver.3.04, KHK 株式会社。
- [3] RF Plug-ins 平歯車作成ツール Ver3.0 for Rhinoceros 3.0, 株式会社リアルファクトリー。
- [4] 古川進、向井伸治、CAD/CAMシステムの基礎と実際、共立出版株式会社(2002)。
- [5] <http://www.think3.co.jp/>